중3 수학 · 단원 9 원과 직선

원과직선 심화 모의고사 — 해답 묶음 · 정답 · 진단 · 오개념 · 해설

7유형 심화 통합 · 유형마다 도전 1문항 · 7문항

문제를 **다 푼 뒤에** 이 묶음을 꺼내요. ① 정답으로 채점 → ② 진단표 작성 → ③ **X** 가 나온 번호의 오개념 카드 읽기 → ④ 그래도 막히면 해설.
채점 방법 — 답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.
○ 맞음 → 넘어가요 · △ 틀렸지만 **어디서 틀렸는지 알겠어요** → 그 자리에서 다시 풀어요 · **X 왜 틀렸는지 모르겠어요** → 번호에 맞는 **오개념 카드**를 읽어요.
이렇게 써도 맞아요 칸에 있는 답도 정답이에요.

① 정답 · 빠른 채점

답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.

번호	정답	이렇게 써도 맞아요	X 일 때 볼 오개념 카드
1	**1**	—	1번, 4번
2	**13**	—	3번
3	**28**	—	1번, 4번
4	**5**	—	5번, 6번
5	**3√3**	—	7번, 8번
6	**6**	—	9번
7	**5**	—	11번

② 오답 진단표

채점한 뒤 직접 채워요. 여기가 다음에 무엇을 볼지 알려 줘요.

번호	○ △ X	X 였다면 · 오개념 카드 번호	다시 풀어 본 날
1	○ △ X		
2	○ △ X		
3	○ △ X		
4	○ △ X		
5	○ △ X		
6	○ △ X		
7	○ △ X		

이번에 걸린 오개념

X 가 나온 카드 번호에 동그라미를 쳐요. 같은 번호가 여러 번 나오면 그게 지금 가장 약한 곳이에요.

번호	무엇을 헷갈렸나	몇 번 나왔나
1	현의 절반을 현 전체로 답함	□ □ □ □ □
3	호의 일부 문제에서 중심 거리를 r − h 로 놓지 않음	□ □ □ □ □
4	중심에 가까운 현이 더 짧다고 봄	□ □ □ □ □
5	접선 문제에서 직각의 위치를 P(원 밖의 점)로 잘못 잡음	□ □ □ □ □
6	접선의 길이를 OP 와 반지름의 합이나 차로 구함	□ □ □ □ □
7	원 밖 한 점에서 그은 두 접선의 길이가 다르다고 봄	□ □ □ □ □
8	두 접선이 이루는 각이 60° 일 때 삼각형 PAB 가 정삼각형임을 못 봄	□ □ □ □ □
9	내접원 문제에서 접선 길이 짝을 잘못 지음 (AF = BF)	□ □ □ □ □
11	외접사각형에서 인접한 두 변의 합이 같다고 봄	□ □ □ □ □

③ 오개념 카드

X 가 나온 번호만 읽으면 돼요. 전부 읽지 않아도 괜찮아요. 읽고 나서 확인 문제를 꼭 한 번 풀어 봐요 (정답은 이 절 맨 끝에).

1 현의 절반을 현 전체로 답함

괜찮아요 피타고라스로 나온 값이 답 같아 보이죠. 그 값은 수선이 나눈 절반이에요.

이렇게 볼까요 반지름 13, 중심 거리 12 이면 현의 절반이 $\sqrt{(13^2 - 12^2)} = 5$ 이고 현 전체는 10 이에요. 수선이 현을 이등분하니 두 배를 해요.

스스로 답해 봐요 피타고라스로 구한 변은 현 전체인가요, 절반인가요?

확인 문제 · 반지름 13, 중심 거리 12 인 원에서 현의 길이는? _____

4 중심에 가까운 현이 더 짧다고 봄

괜찮아요 '멀리 있는 게 크다'는 느낌이 들 수 있어요. 지름을 떠올리면 바로 뒤집혀요.

이렇게 볼까요 지름은 중심을 지나는(거리 0) 현이고 가장 길어요. 거리가 커질수록 현은 짧아지다가 반지름만큼 멀어지면 한 점(접선)이 돼요.

스스로 답해 봐요 중심에서 거리 0인 현은 무엇이고, 그 길이는 어떤가요?

확인 문제 · 반지름 5 인 원에서 중심 거리가 0, 3, 4 인 세 현 중 가장 긴 것의 길이는? _____

3 호의 일부 문제에서 중심 거리를 r − h 로 놓지 않음

괜찮아요 그림에 중심이 안 보이면 거리를 놓치기 쉬워요. 중심을 그려 넣고 반지름을 r 로 놓으면 보여요.

이렇게 볼까요 현의 중점에서 호까지의 거리가 h 이면 중심에서 현까지는 r − h 예요. 그래서 $r^2 = (\text{현의 절반})^2 + (r - h)^2$.

스스로 답해 봐요 중심에서 현까지의 거리를 r 로 나타내면 무엇이 되나요?

확인 문제 · 현 AB = 12, AB 의 중점에서 호까지 2 일 때 반지름은? _____

5 접선 문제에서 직각의 위치를 P(원 밖의 점)로 잘못 잡음

괜찮아요 P가 문제의 주인공이라 거기에 직각을 두고 싶어져요. 직각은 접선과 반지름이 만나는 접점에 있어요.

이렇게 볼까요 접선 ⊥ 반지름은 접점 T 에서 성립해요. 직각은 T, 그래서 빗변은 OP 이고 $OP^2 = OT^2 + PT^2$.

스스로 답해 봐요 접선과 반지름이 만나는 점은 어디인가요? 직각은 거기에 있어요.

확인 문제 · OP = 15, 반지름 9 일 때 접선 PT 의 길이는? _____

6 접선의 길이를 OP 와 반지름의 합이나 차로 구함

괜찮아요 두 수가 있으면 더하거나 빼고 싶어져요. 여기엔 직각삼각형이 숨어 있어 피타고라스가 필요해요.

이렇게 볼까요 OP = 15, r = 9 이면 PT = $\sqrt{(15^2 - 9^2)}$ = 12 예요. 15 − 9 = 6 이 아니에요.

> **스스로 답해 봐요** OP, OT, PT 세 변은 어떤 삼각형을 이루고, 어떤 관계식이 성립하나요?

확인 문제 · OP = 25, 반지름 7 일 때 접선의 길이는?

_____

7 원 밖 한 점에서 그은 두 접선의 길이가 다르다고 봄

괜찮아요 그림이 비스듬하면 한쪽이 길어 보여요. 합동을 떠올리면 같아요.

이렇게 볼까요 원 밖 한 점에서 그은 두 접선은 빗변 OP 를 공유하고 반지름이 같은 직각삼각형 두 개(RHS 합동)를 만들어 길이가 같아요.

> **스스로 답해 봐요** 두 직각삼각형 OAP, OBP 에서 같은 변은 무엇무엇인가요?

확인 문제 · PA = 3x − 2, PB = 10 이 두 접선의 길이일 때 x 는? _____

8 두 접선이 이루는 각이 60° 일 때 삼각형 PAB 가 정삼각형임을 못 봄

괜찮아요 PA = PB 까지 알았으면 거의 다 왔어요. 꼭지각이 60° 인 이등변삼각형이 무엇인지만 떠올리면 돼요.

이렇게 볼까요 PA = PB 인 이등변삼각형의 꼭지각이 60° 면 나머지 두 각도 60° — 정삼각형이라 AB = PA 예요.

> **스스로 답해 봐요** 꼭지각이 60° 인 이등변삼각형의 밑각은 몇 도인가요?

확인 문제 · ∠APB = 60°, PA = 8 일 때 AB 는?

_____

9 내접원 문제에서 접선 길이 짝을 잘못 지음 (AF = BF)

괜찮아요 접점 F 가 AB 의 가운데쯤 보여서 그래요. 같은 길이는 '같은 꼭짓점에서 나온' 두 접선이에요.

이렇게 볼까요 한 꼭짓점에서 나온 두 접선의 길이가 같아요: AF = AE, BF = BD. AF 와 BF 는 서로 다른 꼭짓점의 접선이라 같지 않아요.

> **스스로 답해 봐요** AF 와 AE 는 어느 점에서 나온 접선인가요? AF 와 BF 는요?

확인 문제 · AB = 9, AF = 4 일 때 BD (D 는 BC 위의 접점)는? _____

11 외접사각형에서 인접한 두 변의 합이 같다고 봄

괜찮아요 네 변의 관계를 말로만 외우면 어느 짝인지 헷갈려요. 접선 길이 짝을 직접 더해 보면 마주 보는 변이 나와요.

이렇게 볼까요 원에 외접하는 사각형은 마주 보는 변의 합이 같아요: AB + CD = AD + BC. 인접한 변의 합이 아니에요.

> **스스로 답해 봐요** 각 꼭짓점의 접선 길이 두 개는 어느 두 변에 하나씩 들어가나요?

확인 문제 · 외접사각형에서 AB = 7, CD = 9, AD = 6 일 때 BC 는? _____

확인 문제 정답 — 1번 10 · 3번 10 · 4번 10 (지름) · 5번 12 · 6번 24 · 7번 4 · 8번 8 · 9번 5 · 11번 10

④ 해설

△ 표시한 문제는 해설을 보기 전에 한 번 더 풀어 보면 훨씬 오래 남아요.

1. 1

반지름의 길이가 5 인 원에서 길이가 6 인 현과 길이가 8 인 현이 서로 평행하고 중심에 대하여 같은 쪽에 있을 때, 두 현 사이의 거리를 구하시오.

힌트 · 각 현까지의 거리를 따로 구해 빼요.

길이 6 인 현까지의 거리는 $\sqrt{(25-9)}=4$, 길이 8 인 현까지는 $\sqrt{(25-16)}=3$ 이므로 두 현 사이의 거리는 $4-3=1$ 이에요.

2. 13

원의 일부(호)에서 현 AB = 24 이고, AB 의 중점에서 호까지의 거리가 8 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하시오.

힌트 · 반지름을 r 로 놓으면 중심에서 현까지의 거리는 $r-8$.

$r^2=12^2+(r-8)^2 \to r^2=144+r^2-16r+64 \to 16r=208 \to r=13$ 이에요.

3. 28

반지름의 길이가 10 인 원에서 중심으로부터의 거리가 6 인 현 AB 와 8 인 현 CD 의 길이의 합을 구하시오.

힌트 · 각 현의 절반을 피타고라스로 구하고 두 배씩.

$AB=2\sqrt{(10^2-6^2)}=16$, $CD=2\sqrt{(10^2-8^2)}=12$ 이므로 합은 28 이에요.

4. 5

원 O 밖의 점 P 에서 그은 접선의 접점을 T, 선분 PO 가 원과 만나는 점을 A 라 하자. PT = 12, PA = 8 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하시오.

힌트 · OP = PA + 반지름. 직각삼각형 OTP 에서 피타고라스.

반지름을 r 라 하면 $OP=r+8$ 이고 $(r+8)^2=r^2+12^2$ 에서 $16r+64=144$, $r=5$ 예요.

5. $3\sqrt{3}$

반지름의 길이가 3 인 원 O 밖의 점 P 에서 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하자. $\angle APB=60^\circ$ 일 때, PA 의 길이를 구하시오.

힌트 · 두 접선의 길이가 같으니 OP 가 각을 이등분해요. 직각삼각형 OAP 에서 $\tan 30^\circ$.

$\angle APO=30^\circ$ 이고 $\angle OAP=90^\circ$ 이므로 $\tan 30^\circ = OA/PA = 3/PA$, $PA=3\sqrt{3}$ 이에요.

6. 6

AB = 13, BC = 14, CA = 15 인 삼각형 ABC 의 내접원이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, BD 의 길이를 구하시오.

힌트 · BD = x 로 놓고 CD = 14 − x, AF = AE 로 식을 세워요.

$BD=BF=x$, $CD=CE=14-x$, $AF=13-x$, $AE=15-(14-x)=1+x$. $AF=AE$ 에서 $13-x=1+x$, $x=6$ 이에요.

7. 5

원에 외접하는 사각형 ABCD 에서 AB = 3x − 1, BC = 2x + 4, CD = x + 5, AD = 10 일 때, x 의 값을 구하시오.

힌트 · 마주 보는 변의 합이 같아요.

$AB+CD=AD+BC$ 에서 $4x+4=2x+14$, $x=5$ 예요.