중3 수학 · 단원 6 이차함수의 활용

최댓값과 최솟값 — 해답 묶음 · 정답 · 진단 · 오개념 · 해설

표준형에서 · 일반형에서

문제를 **다 푼 뒤에** 이 묶음을 꺼내요. ① 정답으로 채점 → ② 진단표 작성 → ③ **X** 가 나온 번호의 오개념 카드 읽기 → ④ 그래도 막히면 해설.
채점 방법 — 답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.
○ 맞음 → 넘어가요 · △ 틀렸지만 **어디서 틀렸는지 알겠어요** → 그 자리에서 다시 풀어요 · **X 왜 틀렸는지 모르겠어요** → 번호에 맞는 **오개념 카드**를 읽어요.
이렇게 써도 맞아요 칸에 있는 답도 정답이에요.

① 정답 · 빠른 채점

답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.

번호	정답	이렇게 써도 맞아요	X 일 때 볼 오개념 카드
1	**2**	x = 1 일 때 2	8번
2	**5**	x = −3 일 때 5	6번, 8번
3	**3**	x = 2 일 때 3	7번, 8번
4	**5**	x = 3 일 때 5	6번, 7번
5	**4**	x = −1 일 때 4	3번, 7번
6	**9**	—	3번, 8번

② 오답 진단표

채점한 뒤 직접 채워요. 여기가 다음에 무엇을 볼지 알려 줘요.

번호	○ △ X	X 였다면 · 오개념 카드 번호	다시 풀어 본 날
1	○ △ X		
2	○ △ X		
3	○ △ X		
4	○ △ X		
5	○ △ X		
6	○ △ X		

이번에 걸린 오개념

X 가 나온 카드 번호에 동그라미를 쳐요. 같은 번호가 여러 번 나오면 그게 지금 가장 약한 곳이에요.

번호	무엇을 헷갈렸나	몇 번 나왔나
3	a로 묶은 뒤 괄호 안에서 뺀 수에 a를 곱하지 않음	□ □ □ □ □
6	a < 0 인데 최솟값이 있다고 함 (또는 a > 0 인데 최댓값)	□ □ □ □ □

번호	무엇을 헷갈렸나	몇 번 나왔나
7	최댓값·최솟값을 상수항 c로 답함	□ □ □ □ □
8	최솟값(얼마)과 그때의 x(언제)를 바꿔 답함	□ □ □ □ □

③ 오개념 카드

X 가 나온 번호만 읽으면 돼요. 전부 읽지 않아도 괜찮아요. 읽고 나서 확인 문제를 꼭 한 번 풀어 봐요 (정답은 이 절 맨 끝에).

3 a로 묶은 뒤 괄호 안에서 뺀 수에 a를 곱하지 않음

괜찮아요 괄호 안에서만 계산하다 보면 앞의 a를 잊기 쉬워요. 괄호 밖으로 나올 땐 통행료 a가 붙어요.

이렇게 볼까요 $2(x^2 + 2x) = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) = 2(x + 1)^2 - 2$ 예요. 안에서 뺀 1에 앞의 2를 곱해 2를 빼야 해요.

스스로 답해 봐요 괄호 안에서 뺀 수는 괄호 밖으로 나올 때 무엇이 곱해지나요?

확인 문제 · $y = 3x^2 + 6x$ 를 표준형으로 고치면?

_____

6 a < 0 인데 최솟값이 있다고 함 (또는 a > 0 인데 최댓값)

괜찮아요 꼭짓점이 있으니 최솟값도 있을 것 같죠. 볼록 방향에 따라 꼭짓점은 가장 높은 점일 수도 있어요.

이렇게 볼까요 $y = -(x - 1)^2 + 3$ 은 위로 볼록 — 꼭짓점이 가장 높은 점이라 최댓값 3 이에요. 최솟값은 없어요 (끝없이 내려가요).

스스로 답해 봐요 위로 볼록한 그래프에서 꼭짓점은 가장 높은 곳인가요, 낮은 곳인가요?

확인 문제 · $y = -2(x + 1)^2 + 6$ 은 최댓값과 최솟값 중 무엇을 가지고, 그 값은? _____

7 최댓값·최솟값을 상수항 c로 답함

괜찮아요 일반형에서 눈에 보이는 수가 c뿐이라 그래요. 값은 표준형으로 고쳐야 나와요.

이렇게 볼까요 $y = -x^2 + 6x - 1$ 에서 −1 은 y절편이에요. 최댓값은 꼭짓점에서: $-(x - 3)^2 + 8 \to 8$ 이에요.

스스로 답해 봐요 표준형으로 고쳤을 때 괄호 밖의 수는 얼마인가요?

확인 문제 · $y = -x^2 + 2x + 2$ 의 최댓값은?

_____

8 최솟값(얼마)과 그때의 x(언제)를 바꿔 답함

괜찮아요 꼭짓점 (p, q) 의 두 수 중 어느 쪽이 답인지 헷갈려요. '값'은 y, '언제'는 x예요.

이렇게 볼까요 $y = (x - 3)^2 + 2$ 의 최솟값은 2 이고, 그때 x = 3 이에요. 3은 '언제'이고 2가 '얼마'예요.

스스로 답해 봐요 문제가 묻는 것은 y의 값인가요, 그때의 x인가요?

확인 문제 · $y = (x + 2)^2 - 5$ 의 최솟값과 그때의 x는?

_____

확인 문제 정답 — 3번 $y = 3(x + 1)^2 - 3$ · 6번 최댓값 6 · 7번 3 · 8번 최솟값 −5, x = −2

④ 해설

△ 표시한 문제는 해설을 보기 전에 한 번 더 풀어 보면 훨씬 오래 남아요.

1. 2

이차함수 $y = (x - 1)^2 + 2$ 의 최솟값을 구하시오.

힌트 · a > 0 이라 아래로 볼록. 꼭짓점의 y좌표가 가장 작은 값이에요.

꼭짓점이 (1, 2) 이고 아래로 볼록하므로 x = 1 일 때 최솟값 2 예요.

2. 5

이차함수 $y = -2(x + 3)^2 + 5$ 의 최댓값을 구하시오.

힌트 · a = −2 < 0 이라 위로 볼록. 꼭짓점이 가장 높아요.

꼭짓점 (−3, 5), 위로 볼록이므로 x = −3 일 때 최댓값 5 예요.

3. 3

이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 최솟값을 구하시오.

힌트 · 표준형으로 고쳐요: 4를 더하고 빼요.

$y = (x - 2)^2 + 3$ 이므로 $x = 2$ 일 때 최솟값 3 이에요.

4. 5

이차함수 $y = -x^2 + 6x - 4$ 의 최댓값을 구하시오.

힌트 · $-(x^2 - 6x) - 4$ → 괄호 안에 9를 더하고 빼요. 뺀 9에 −1을 곱해 밖으로.

$y = -(x - 3)^2 + 9 - 4 = -(x - 3)^2 + 5$ 이므로 최댓값은 5 예요.

5. 4

이차함수 $y = -x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값을 구하시오.

힌트 · $-(x^2 + 2x) + 3$ → 괄호 안에 1을 더하고 빼요.

$y = -(x + 1)^2 + 1 + 3 = -(x + 1)^2 + 4$ 이므로 최댓값은 4 예요.

6. 9

이차함수 $y = 2x^2 - 8x + k$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 k의 값을 구하시오.

힌트 · $2(x - 2)^2 - 8 + k$ 로 고치면 최솟값이 $k - 8$ 이에요.

$y = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + k = 2(x - 2)^2 + k - 8$ 이므로 $k - 8 = 1$, $k = 9$ 예요.