중2 수학 · 단원 10 피타고라스 정리

입체와 좌표에서의 활용 — 해답 묶음 · 정답 · 진단 · 오개념 · 해설

직육면체의 대각선 · 좌표평면 위 두 점 사이의 거리 · 실생활 활용

문제를 **다 푼 뒤에** 이 묶음을 꺼내요. ① 정답으로 채점 → ② 진단표 작성 → ③ **X** 가 나온 번호의 오개념 카드 읽기 → ④ 그래도 막히면 해설.
채점 방법 — 답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.
○ 맞음 → 넘어가요 · △ 틀렸지만 **어디서 틀렸는지 알겠어요** → 그 자리에서 다시 풀어요 · **X 왜 틀렸는지 모르겠어요** → 번호에 맞는 **오개념 카드**를 읽어요.
이렇게 써도 맞아요 칸에 있는 답도 정답이에요.

① 정답 · 빠른 채점

답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.

번호	정답	이렇게 써도 맞아요	X 일 때 볼 오개념 카드
1	**13** cm	13cm / 13 cm	16번, 17번
2	**11** cm	11cm / 11 cm	7번, 17번
3	**12**	12	16번, 17번
4	**5**	√25	7번, 10번
5	**10**	√100	8번, 10번
6	**5**	√25	10번, 11번
7	**8** m	8 m / √64	3번, 12번
8	**12** cm	12 cm / √144	1번, 3번
9	**13** m	13m / 13 m	1번, 12번

② 오답 진단표

채점한 뒤 직접 채워요. 여기가 다음에 무엇을 볼지 알려 줘요.

번호	○ △ X	X 였다면 · 오개념 카드 번호	다시 풀어 본 날
1	○ △ X		
2	○ △ X		
3	○ △ X		
4	○ △ X		
5	○ △ X		
6	○ △ X		
7	○ △ X		
8	○ △ X		
9	○ △ X		

이번에 걸린 오개념

X 가 나온 카드 번호에 동그라미를 쳐요. 같은 번호가 여러 번 나오면 그게 지금 가장 약한 곳이에요.

번호	무엇을 헷갈렸나	몇 번 나왔나
1	$a^2 + b^2 = c^2$ 의 c 자리에 빗변이 아닌 변을 넣음	□ □ □ □ □
3	빗변을 구할 때와 나머지 변을 구할 때 더하기·빼기를 반대로 씀	□ □ □ □ □
7	제곱의 합까지 구해 놓고 근호 씌우기를 잊어 c^2 을 답으로 씀	□ □ □ □ □
8	$\sqrt{(a^2 + b^2)}$ 를 a + b 로 풀어 씀	□ □ □ □ □
10	두 점 사이의 거리를 구할 때 좌표값을 그대로 두 변의 길이로 씀	□ □ □ □ □
11	좌표의 차가 음수로 나오면 길이도 음수라고 생각함	□ □ □ □ □
12	실생활 문제에서 어느 길이가 빗변인지 잘못 고름	□ □ □ □ □
16	직육면체의 대각선을 한 번의 피타고라스로 끝내려 함	□ □ □ □ □
17	직육면체의 대각선을 세 모서리의 합으로 봄	□ □ □ □ □

③ 오개념 카드

X 가 나온 번호만 읽으면 돼요. 전부 읽지 않아도 괜찮아요. 읽고 나서 확인 문제를 꼭 한 번 풀어 봐요 (정답은 이 절 맨 끝에).

1 $a^2 + b^2 = c^2$ 의 c 자리에 빗변이 아닌 변을 넣음

괜찮아요 문제에 나온 순서대로 두 수를 a, b에 넣고 남은 수를 c로 쓰면 아주 자연스러워 보여요. 누구나 한 번은 지나가는 자리예요.

이렇게 볼까요 가장 긴 변이 5인 직각삼각형에서 5를 c 자리가 아닌 a 자리에 넣어 볼까요? $5^2 + 3^2 = 34$ 가 되어 가장 긴 변보다 더 긴 변이 하나 더 생겨요.

> **스스로 답해 봐요** 직각삼각형에서 가장 긴 변은 어느 변이고, 그 변이 들어갈 자리는 어디일까요?

확인 문제 · 빗변이 25 cm, 직각을 낀 한 변이 7 cm인 직각삼각형에서 직각을 낀 나머지 한 변의 길이는?

_____

3 빗변을 구할 때와 나머지 변을 구할 때 더하기·빼기를 반대로 씀

괜찮아요 두 경우 모두 제곱을 쓰다 보니 더할지 뺄지만 뒤집히는 일이 정말 자주 있어요.

이렇게 볼까요 빗변이 5, 직각을 낀 한 변이 3인 직각삼각형에서 $5^2 + 3^2$ 을 하면 34 가 나와요. 빗변보다 긴 변이 새로 생긴 셈이에요.

> **스스로 답해 봐요** 지금 구하려는 변이 가장 긴 변인가요, 아닌가요?

확인 문제 · 빗변이 25 cm, 직각을 낀 한 변이 24 cm인 직각삼각형에서 나머지 한 변의 길이는?

_____

7 제곱의 합까지 구해 놓고 근호 씌우기를 잊어 c^2 을 답으로 씀

괜찮아요 계산이 술술 풀리면 나온 수를 바로 답으로 쓰고 싶어져요. 마지막 한 걸음이 남아 있을 뿐이에요.

이렇게 볼까요 직각을 낀 두 변이 9 와 40 이면 제곱의 합은 1681 이에요. 이 삼각형의 변 하나가 정말 1681 만큼 길까요?

> **스스로 답해 봐요** 제곱의 합으로 나온 값은 변의 길이인가요, 변의 길이를 제곱한 값인가요?

확인 문제 · 직각을 낀 두 변이 9 cm, 40 cm인 직각삼각형의 빗변의 길이는? _____

8 $\sqrt{(a^2 + b^2)}$ 를 a + b 로 풀어 씀

괜찮아요 근호를 하나씩 벗겨 내면 훨씬 간단해 보여서 그렇게 쓰고 싶어져요. 아주 그럴듯한 착각이에요.

이렇게 볼까요 9 와 40 을 넣어 보세요. 두 수를 그냥 더하면 49 이지만, 제곱의 합에 근호를 씌우면 41 이에요.

> **스스로 답해 봐요** 근호는 안에 있는 값 전체에 씌워진 것인가요, 각 항에 따로 씌워진 것인가요?

확인 문제 · $\sqrt{(7^2 + 24^2)}$ 의 값은? _____

10 두 점 사이의 거리를 구할 때 좌표값을 그대로 두 변의 길이로 씀

괜찮아요 원점에서 잰 거리는 좌표가 그대로 변의 길이가 되니, 다른 점에서도 같을 거라고 생각하기 쉬워요.

이렇게 볼까요 (2, 1) 과 (5, 5) 를 모눈에 찍고 사이를 이어 보세요. 가로로 몇 칸, 세로로 몇 칸 움직이나요? 그 칸 수가 좌표값 그대로인가요?

> **스스로 답해 봐요** 가로로 움직인 칸 수는 두 x좌표를 어떻게 해야 나올까요?

확인 문제 · 두 점 (2, 1) 과 (5, 5) 사이의 거리는?

_____

11 좌표의 차가 음수로 나오면 길이도 음수라고 생각함

괜찮아요 빼는 순서를 바꾸면 부호가 달라지니 헷갈릴 만해요. 여기서 멈칫하는 건 잘 보고 있다는 뜻이에요.

이렇게 볼까요 (6, 2) 에서 (2, 5) 로 갈 때 x 는 2 − 6 = −4 예요. 그런데 두 점 사이를 자로 재면 −4 칸이라는 눈금이 있나요?

> **스스로 답해 봐요** 길이가 음수일 수 있나요? 그리고 제곱을 하면 부호는 어떻게 될까요?

확인 문제 · 두 점 (6, 2) 와 (2, 5) 사이의 거리는?

_____

12 실생활 문제에서 어느 길이가 빗변인지 잘못 고름

괜찮아요 그림이 없으면 어느 변이 가장 긴 변인지 머릿속에 그려야 해서 훨씬 어려워요.

이렇게 볼까요 벽에 비스듬히 기대 세운 막대를 떠올려 보세요. 막대와 벽과 바닥 가운데 가장 긴 것은 어느 것일까요?

> **스스로 답해 봐요** 직각을 이루는 곳은 어디이고, 그 직각을 마주 보는 변은 어느 것인가요?

확인 문제 · 벽에서 7 m 떨어진 바닥에 25 m 사다리를 놓아 벽에 기댔을 때, 빗변에 해당하는 것은?

_____

16 직육면체의 대각선을 한 번의 피타고라스로 끝내려 함

괜찮아요 평면에서 하던 대로 하려는 거라 자연스러워요. 입체에서는 밑면을 먼저 지나야 해요.

이렇게 볼까요 밑면의 대각선을 먼저 그어 볼까요? 그 대각선과 높이가 새 직각삼각형을 만들어요.

> **스스로 답해 봐요** 공간의 대각선은 어느 직각삼각형의 빗변일까요?

확인 문제 · 세 모서리가 3, 4, 12 인 직육면체의 대각선은? _____

17 직육면체의 대각선을 세 모서리의 합으로 봄

괜찮아요 평면에서도 대각선을 가로와 세로의 합으로 보기 쉬워요. 대각선은 언제나 돌아가는 길보다 짧아요.

이렇게 볼까요 가로 3, 세로 4 인 직사각형의 대각선을 재 보면 7 일까요, 5 일까요?

> **스스로 답해 봐요** 대각선이 모서리를 따라가는 길보다 길 수 있을까요?

확인 문제 · 세 모서리가 2, 3, 6 인 직육면체의 대각선은?

_____

확인 문제 정답 — 1번 24 cm · 3번 7 cm · 7번 41 cm · 8번 25 · 10번 5 · 11번 5 · 12번 사다리 (직각을 마주 보는 변) · 16번 13 · 17번 7

④ 해설

△ 표시한 문제는 해설을 보기 전에 한 번 더 풀어 보면 훨씬 오래 남아요.

1. **13** cm

가로 3 cm, 세로 4 cm, 높이 12 cm 인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 대각선의 길이를 구하시오.

힌트 · 세 모서리를 각각 제곱해서 모두 더한 값이 대각선의 제곱이에요.

대각선의 제곱은 $3^2 + 4^2 + 12^2 = 9 + 16 + 144 = 169$ 예요. $169 = 13^2$ 이므로 대각선의 길이는 13 cm 예요.

2. **11** cm

세 모서리의 길이가 각각 6 cm, 6 cm, 7 cm 인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 대각선의 길이를 구하시오.

힌트 · 먼저 세 제곱을 더해 보세요. 그 값이 어떤 수의 제곱인지 찾으면 돼요.

대각선의 제곱은 $6^2 + 6^2 + 7^2 = 36 + 36 + 49 = 121$ 이에요. $121 = 11^2$ 이므로 대각선의 길이는 11 cm 예요.

3. **12**

한 모서리의 길이가 2 cm 인 정육면체가 있다. 이 정육면체의 대각선의 길이를 제곱한 값을 구하시오.

힌트 · 세 모서리가 모두 같아요. 제곱의 합만 구하면 되고 √ 를 씌우지 않아도 돼요.

대각선의 제곱은 $2^2 + 2^2 + 2^2 = 4 + 4 + 4 =$ **12** 예요. (실제 대각선의 길이는 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 인데, 근호는 중3 에서 배워요.) 2 + 2 + 2 = 6 처럼 모서리를 그냥 더하면 틀려요.

4. **5**

좌표평면 위의 두 점 (0, 0) 과 (3, 4) 사이의 거리를 구하시오.

힌트 · 가로로 몇 칸, 세로로 몇 칸 움직였는지 먼저 세어 보세요.

가로 차는 3, 세로 차는 4 예요. $3^2 + 4^2 = 25$ 이므로 거리는 $\sqrt{25} = 5$ 예요.

5. **10**

좌표평면 위의 두 점 (0, 0) 과 (6, 8) 사이의 거리를 구하시오.

힌트 · 원점에서 잰 거리는 두 좌표가 그대로 가로 차, 세로 차가 돼요.

가로 차는 6, 세로 차는 8 예요. $6^2 + 8^2 = 100$ 이므로 거리는 $\sqrt{100} = 10$ 이에요.

6. **5**

좌표평면 위의 두 점 (1, 2) 와 (4, 6) 사이의 거리를 구하시오.

힌트 · 원점이 아니어도 방법은 같아요. x끼리, y끼리 빼서 차를 구해요.

가로 차는 4 − 1 = 3, 세로 차는 6 − 2 = 4 예요. $3^2 + 4^2 = 25$ 이므로 거리는 $\sqrt{25} = 5$ 예요.

7. **8** m

벽과 바닥이 직각을 이루고 있다. 벽에서 6 m 떨어진 바닥 지점에 길이가 10 m인 사다리의 아래 끝을 놓고 벽에 기대어 세웠다. 사다리가 빗변일 때, 사다리의 위 끝이 벽에 닿는 지점의 높이를 구하시오.

힌트 · 사다리가 가장 긴 변이에요. 사다리의 제곱에서 바닥 거리의 제곱을 빼요.

$10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$ 이고, 벽에 닿는 높이는 $\sqrt{64} = 8$ (m) 예요.

8. **12** cm

직각삼각형 모양의 액자가 있다. 빗변의 길이가 15 cm이고 직각을 낀 한 변의 길이가 9 cm일 때, 직각을 낀 나머지 한 변의 길이를 구하시오.

힌트 · 빗변이 주어졌으니 빼기예요. 빗변의 제곱에서 아는 변의 제곱을 빼요.

$15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$ 이고, 나머지 한 변의 길이는 $\sqrt{144} = 12$ (cm) 예요.

9. **13** m

높이가 12 m 인 나무의 꼭대기에서 땅으로 줄을 팽팽하게 매었더니, 줄이 나무 밑에서 5 m 떨어진 지점에 닿았다. 이 줄의 길이를 구하시오.

힌트 · 나무와 땅이 직각을 이뤄요. 줄은 어느 변에 해당할까요?

나무(12 m)와 땅(5 m)이 직각을 이루고, 줄이 **빗변**이에요. $12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2$ 이므로 줄의 길이는 **13 m** 예요. 줄을 직각을 낀 변으로 잘못 보면 빼기를 하게 돼요.