중2 수학 · 단원 8 사각형의 성질

평행선과 넓이 마무리 — 해답 묶음 · 정답 · 진단 · 오개념 · 해설

평행선 사이의 넓이 · 등적변형 · 평행사변형의 대각선 · 여러 사각형 구분

문제를 **다 푼 뒤에** 이 묶음을 꺼내요. ① 정답으로 채점 → ② 진단표 작성 → ③ **X** 가 나온 번호의 오개념 카드 읽기 → ④ 그래도 막히면 해설.
채점 방법 — 답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.
○ 맞음 → 넘어가요 · △ 틀렸지만 **어디서 틀렸는지 알겠어요** → 그 자리에서 다시 풀어요 · **X 왜 틀렸는지 모르겠어요** → 번호에 맞는 **오개념 카드**를 읽어요.
이렇게 써도 맞아요 칸에 있는 답도 정답이에요.

① 정답 · 빠른 채점

답만 비교해요. 점수는 적지 않아요.

번호	정답	이렇게 써도 맞아요	X 일 때 볼 오개념 카드
1	**20** cm^2	20cm2 / 20 cm2	1번, 16번
2	**24** cm^2	24cm2 / 24 cm2	16번, 17번
3	**20** cm^2	20cm2 / 20 cm2	16번, 17번
4	**4** cm	4cm / 4 cm	6번
5	**5** cm	5cm / 5 cm	6번
6	**서로 이등분해요**	서로를 이등분해요 / 서로 이등분한다 / 서로를 이등분한다 / 교점이 각 대각선의 중점이 돼요	6번, 14번
7	**직사각형**	직사각형이에요	12번
8	**8** cm	8cm / 8 cm	7번, 13번
9	**아니에요 (등변사다리꼴도 두 대각선의 길이가 같아요)**	아니에요 / 아니요	8번, 14번

② 오답 진단표

채점한 뒤 직접 채워요. 여기가 다음에 무엇을 볼지 알려 줘요.

번호	○ △ X	X 였다면 · 오개념 카드 번호	다시 풀어 본 날
1	○ △ X		
2	○ △ X		
3	○ △ X		
4	○ △ X		
5	○ △ X		
6	○ △ X		
7	○ △ X		

번호	○ △ X	X 였다면 · 오개념 카드 번호	다시 풀어 본 날
8	○ △ X		
9	○ △ X		

이번에 걸린 오개념

X 가 나온 카드 번호에 동그라미를 쳐요. 같은 번호가 여러 번 나오면 그게 지금 가장 약한 곳이에요.

번호	무엇을 헷갈렸나	몇 번 나왔나
1	사각형의 네 각의 합을 삼각형처럼 180° 로 봄	□ □ □ □ □
6	'대각선이 서로를 이등분한다' 와 '두 대각선의 길이가 같다' 를 같은 말로 봄	□ □ □ □ □
7	직사각형의 대각선 성질을 잘못 앎 (길이가 다르다고 보거나, 대각선이 수직이라고 봄)	□ □ □ □ □
8	대각선의 길이가 같으면 무조건 직사각형이라고 봄 (등변사다리꼴을 빠뜨림)	□ □ □ □ □
12	각에 대한 조건과 변에 대한 조건을 바꿔 봄 (네 각이 90° 인데 마름모라고 답함)	□ □ □ □ □
13	사각형의 포함 관계를 거꾸로 봄 (마름모·직사각형이 정사각형의 특별한 경우라고 생각)	□ □ □ □ □
14	평행사변형이 되는 조건 다섯 가지 중 하나를 반만 만족해도 평행사변형이라고 봄	□ □ □ □ □
16	평행선 사이의 삼각형에서 높이가 같다는 것을 놓침	□ □ □ □ □
17	등적변형으로 옮긴 도형이 원래 도형과 넓이가 같다는 것을 잊음	□ □ □ □ □

③ 오개념 카드

X 가 나온 번호만 읽으면 돼요. 전부 읽지 않아도 괜찮아요. 읽고 나서 확인 문제를 꼭 한 번 풀어 봐요 (정답은 이 절 맨 끝에).

1 사각형의 네 각의 합을 삼각형처럼 180° 로 봄

괜찮아요 삼각형에서 외운 값이 먼저 떠오르는 건 아주 자연스러워요. 도형이 달라지면 각의 합도 달라진다는 것만 잡아 두면 돼요.

이렇게 볼까요 사각형에 대각선을 하나 그어 볼까요? 삼각형이 몇 개 생기나요? 그 삼각형들의 각을 모두 모으면 사각형의 네 각이 돼요.

스스로 답해 봐요 삼각형 하나의 각의 합을 두 배 하면 얼마가 될까요?

확인 문제 · 사각형의 네 각의 크기의 합은? _____

6 '대각선이 서로를 이등분한다' 와 '두 대각선의 길이가 같다' 를 같은 말로 봄

괜찮아요 둘 다 대각선 이야기라 한 덩어리로 외우기 쉬워요. 한 대각선 안을 나누는 이야기인지, 두 대각선을 견주는 이야기인지가 달라요.

이렇게 볼까요 길이가 다른 막대 두 개를 각각 가운데끼리 겹쳐 X 자로 놓아 볼까요? 두 막대는 서로를 반으로 나누고 있는데, 두 막대의 길이도 같은가요?

스스로 답해 봐요 '반으로 나누기' 는 한 대각선 안에서 벌어지는 일일까요, 두 대각선을 서로 견주는 일일까요?

확인 문제 · 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 반드시 같을까요? (예 / 아니요) _____

7 직사각형의 대각선 성질을 잘못 앎 (길이가 다르다고 보거나, 대각선이 수직이라고 봄)

괜찮아요 대각선 이야기가 도형마다 조금씩 달라서 섞이기 쉬워요. 도형 하나에 성질 하나씩 짝을 지어 두면 정리돼요.

이렇게 볼까요 가로는 길고 세로는 짧은 직사각형을 그려서 대각선 두 개를 그어 볼까요? 두 대각선이 만나는 각이 직각으로 보이나요?

> **스스로 답해 봐요** 직사각형에서 두 대각선을 자로 재면 두 값이 어떻게 나올까요? 그리고 만나는 각은 반드시 직각일까요?

확인 문제 · 직사각형의 두 대각선은 항상 수직으로 만날까요? (예 / 아니요) _____

8 대각선의 길이가 같으면 무조건 직사각형이라고 봄 (등변사다리꼴을 빠뜨림)

괜찮아요 대각선 길이가 같다는 조건은 직사각형에서 자주 만나니까 그렇게 굳어지기 쉬워요.

이렇게 볼까요 아랫변이 길고 윗변이 짧은 등변사다리꼴을 그려서 대각선 두 개를 그어 볼까요? 두 대각선을 재면 어떤가요? 그런데 이 도형이 평행사변형인가요?

> **스스로 답해 봐요** 대각선 길이에 대한 조건 하나만으로 도형의 이름이 정해질까요? 무엇을 더 알아야 할까요?

확인 문제 · 등변사다리꼴에서 평행한 변은 몇 쌍인가요? _____

12 각에 대한 조건과 변에 대한 조건을 바꿔 봄 (네 각이 90° 인데 마름모라고 답함)

괜찮아요 두 도형 모두 평행사변형에서 한 걸음 나아간 것이라, 어느 쪽으로 나아갔는지가 헷갈려요.

이렇게 볼까요 가로가 긴 창문 모양을 떠올려 볼까요? 네 각은 모두 직각인데, 네 변의 길이도 모두 같은가요?

> **스스로 답해 봐요** '네 각이 모두 직각' 은 각에 대한 조건일까요, 변에 대한 조건일까요? 그 조건이 붙으면 어느 쪽으로 나아간 도형이 될까요?

확인 문제 · 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형의 이름은? _____

13 사각형의 포함 관계를 거꾸로 봄 (마름모·직사각형이 정사각형의 특별한 경우라고 생각)

괜찮아요 특별한 쪽과 일반적인 쪽 중 어느 쪽이 더 넓은 울타리인지는 처음엔 늘 헷갈려요.

이렇게 볼까요 네 각이 모두 직각이면서 네 변도 모두 같은 도형을 떠올려 볼까요? 이 도형은 마름모라고 불러도 맞아요. 그런데 모든 마름모가 네 각이 직각인가요?

> **스스로 답해 봐요** 조건이 더 많이 붙은 도형은 더 많은 도형을 품게 될까요, 더 적은 도형만 남기게 될까요?

확인 문제 · 모든 직사각형은 평행사변형일까요? (예 / 아니요) _____

14 평행사변형이 되는 조건 다섯 가지 중 하나를 반만 만족해도 평행사변형이라고 봄

괜찮아요 조건이 다섯 가지나 되니 '이 정도면 되겠지' 하고 넘어가기 쉬워요. 조건 하나하나가 통째로 한 덩어리예요.

이렇게 볼까요 한 쌍의 대변만 평행한 사다리꼴을 그려 볼까요? 평행한 변이 분명히 있는데도 평행사변형이라고 부르지 못하는 까닭은 무엇일까요?

> **스스로 답해 봐요** '두 쌍의 대변이 각각 평행' 에서 '두 쌍' 을 '한 쌍' 으로 줄이면, 결론도 그대로 남아 있을까요?

확인 문제 · 한 쌍의 대변만 평행한 사각형의 이름은? _____

16 평행선 사이의 삼각형에서 높이가 같다는 것을 놓침

괜찮아요 모양이 눈에 띄게 다르니 넓이도 다를 것 같지요. 넓이는 모양이 아니라 밑변과 높이로 정해져요.

이렇게 볼까요 두 평행선 사이의 거리를 재 볼까요? 꼭짓점이 어디로 옮겨 가도 그 거리는 그대로예요.

> **스스로 답해 봐요** 밑변이 같고 높이도 같으면 넓이는 어떻게 될까요?

확인 문제 · 평행한 두 직선 사이에서 밑변이 같은 두 삼각형의 넓이는? _____

17 등적변형으로 옮긴 도형이 원래 도형과 넓이가 같다는 것을 잊음

괜찮아요 도형을 옮겨 그리면 뭔가 달라진 것 같아 불안하지요. 옮겨도 넓이가 그대로라는 것이 이 방법의 핵심이에요.

이렇게 볼까요 옮기기 전과 옮긴 뒤에서 밑변과 높이를 각각 재어 비교해 볼까요?

> **스스로 답해 봐요** 넓이를 그대로 두면서 모양만 바꾸려면 꼭짓점을 어느 방향으로 옮겨야 할까요?

확인 문제 · 등적변형으로 사각형을 삼각형으로 바꾸면 넓이는 어떻게 될까요? _____

확인 문제 정답 — 1번 360° · 6번 아니요 · 7번 아니요 (수직까지 되려면 네 변도 같아야 해요) · 8번 한 쌍 · 12번 마름모 · 13번 예 · 14번 사다리꼴 · 16번 서로 같아요 · 17번 그대로예요

④ 해설

△ 표시한 문제는 해설을 보기 전에 한 번 더 풀어 보면 훨씬 오래 남아요.

1. **20** cm^2

두 직선 l 과 m 이 평행하다. 직선 l 위에 두 점 A, B 가 있고 직선 m 위에 두 점 C, D 가 있다. 삼각형 ABC 의 넓이가 20 cm^2 일 때, 삼각형 ABD 의 넓이를 구하시오.

힌트 · 두 삼각형의 밑변 AB 는 같아요. 높이는 두 평행선 사이의 거리예요.

두 삼각형은 밑변 AB 가 공통이고, 높이는 평행한 두 직선 사이의 거리로 서로 같아요. 따라서 넓이도 같아 삼각형 ABD 의 넓이는 20 cm^2 예요.

2. **24** cm^2

평행사변형 ABCD 의 넓이가 48 cm^2 이다. 변 BC 위의 한 점을 P 라 할 때, 삼각형 APD 의 넓이를 구하시오.

힌트 · 삼각형 APD 의 밑변을 AD 로 보면, 높이는 평행사변형의 높이와 같아요.

삼각형 APD 는 밑변이 AD 이고 높이가 평행사변형의 높이 h 와 같아요. 평행사변형의 넓이는 AD × h = 48 이고, 삼각형의 넓이는 그 절반인 24 cm^2 예요. 점 P 가 변 BC 위 어디에 있어도 답은 같아요.

3. **20** cm^2

두 직선 l 과 m 이 평행하다. 직선 l 위의 두 점 A, B 에 대하여 AB = 8 cm 이고, 두 직선 사이의 거리가 5 cm 이다. 직선 m 위의 한 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이를 구하시오.

힌트 · 밑변은 AB 이고, 높이는 두 평행선 사이의 거리예요.

밑변 AB = 8 cm, 높이는 두 평행선 사이의 거리인 5 cm 예요. 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 5 =$ **20 cm²** 예요. 점 C 가 직선 m 위 어디에 있어도 높이가 같으므로 넓이는 그대로예요.

4. **4** cm

평행사변형 ABCD 에서 두 대각선 AC 와 BD 의 교점을 M 이라 하자. AC = 8 cm 일 때, AM 의 길이를 구하시오.

힌트 · 교점 M 은 대각선 AC 의 중점이에요.

두 대각선은 서로를 이등분하므로 M 은 AC 의 중점이에요. 따라서 AM = 8 ÷ 2 = 4 cm.

5. **5** cm

평행사변형 ABCD 에서 두 대각선 AC 와 BD 의 교점을 M 이라 하자. BD = 10 cm 일 때, BM 의 길이를 구하시오.

힌트 · 교점 M 은 대각선 BD 도 반으로 나눠요.

두 대각선은 서로를 이등분하므로 M 은 BD 의 중점이에요. 따라서 BM = 10 ÷ 2 = 5 cm.

6. 서로 이등분해요

평행사변형의 두 대각선이 서로에 대해 하는 일을 '서로 ~해요' 형태의 한 문장으로 쓰시오. (길이가 같은지가 아니라, 교점이 각 대각선을 어떻게 나누는지를 쓰세요.)

힌트 · 교점에서 잘린 두 조각의 길이를 비교해 보세요.

평행사변형에서 두 대각선의 교점은 각 대각선의 중점이 돼요. 즉 두 대각선은 서로 이등분해요. (길이가 같다는 뜻은 아니에요.)

7. 직사각형

네 각의 크기가 모두 90° 인 평행사변형을 무엇이라 하는지 이름을 쓰시오.

힌트 · 주어진 조건이 각에 대한 것인지 변에 대한 것인지 먼저 갈라 보세요.

평행사변형에 '네 각이 모두 90°' 라는 각에 대한 조건이 붙으면 직사각형이 돼요. (변의 길이에 대한 조건이 붙으면 마름모예요.)

8. 8 cm

정사각형 ABCD 에서 대각선 AC 의 길이가 8 cm 이다. 다른 대각선 BD 의 길이를 구하시오.

힌트 · 정사각형은 직사각형이기도 해요. 직사각형의 대각선 성질을 그대로 쓰면 돼요.

정사각형은 직사각형이므로 두 대각선의 길이가 같아요. 따라서 BD = AC = 8 cm.

9. 아니에요 (등변사다리꼴도 두 대각선의 길이가 같아요)

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 반드시 직사각형이라고 할 수 있는지 판별하고, 그 까닭을 한 문장으로 쓰시오.

힌트 · 두 대각선의 길이가 같은 사각형 중에 직사각형이 아닌 것이 있는지 떠올려 보세요.

아니에요. 등변사다리꼴도 두 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니에요. 직사각형이 되려면 두 대각선이 길이가 같으면서 **서로 이등분**까지 해야 해요. 조건 하나만으로 이름을 정하지 않는 습관이 중요해요.